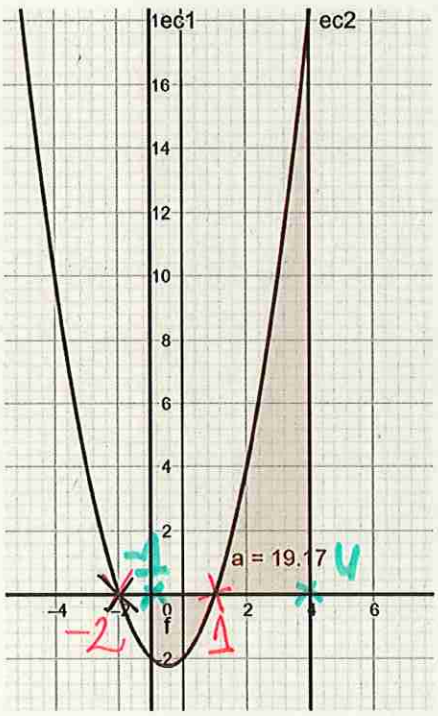
INTEGRAL MUGAGABEAK:

AZALERAK: FUNTZIO BAT ETA 0X ARDATZEK MUGATUTAKO ESKUALDEA

ANAYA- HARITZA 379.orrialdea

6 a) Kalkulatu: $\int_{-1}^{4}(x^2+x-2)\,dx$

b) Aurkitu $y=x^2+x-2$ kurbak X ardatzarekin -1 eta 4 abzisen artean zehazten duen azalera.



a) $\int_{-1}^{4}(x^2+x-2)\,dx = \left[\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x\right]_{-1}^{4} =$

$=\left(\frac{4^3}{3}+\frac{4^2}{2}-2\cdot 4\right)-\left(\frac{(-1)^3}{3}+\frac{(-1)^2}{2}-2(-1)\right)=$

$=\left(\frac{64}{3}+8-8\right)-\left(\frac{-1}{3}+\frac{1}{2}+2\right)=\boxed{\frac{115}{6}}$.

b) Parabolaren irudikapen grafikoa

Erpina $(-1/2, -9/4)$

1) OX ardatzarekin ebaketa puntuak: $\rightarrow y=0$

$\boxed{f(x)=0}$ $\quad 0=x^2+x-2 \quad x=\frac{-1\pm\sqrt{1-4\cdot(-2)}}{2}=$ $\boxed{x_1=-2}$ $\boxed{x_2=1}$.

2) Bi esparru sortzen dira, lehenengoa azpitik ⊖ eta bigarrena gainetik ⊕

Esparru honen azalera OX ardatzaren azpitik dagoenez ⊖ dauka beraz BALIO ABSOLUTUA edo ⊖ aurrean

3) AZALERA

$A=\left|\int_{-1}^{1}(x^2+x-2)\,dx\right|+\int_{1}^{4}(x^2+x-2)\,dx =$

$= -\int_{-1}^{1}(x^2+x-2)\,dx+\int_{1}^{4}(x^2+x-2)\,dx =$

$$= -\left[\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x\right]_{-1}^{1} + \left[\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x\right]_{1}^{4} =$$

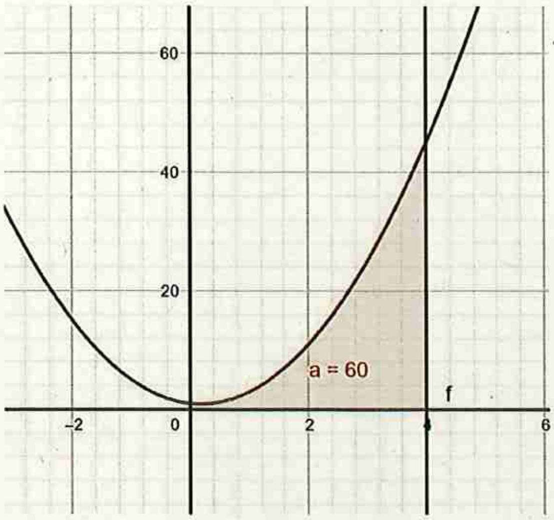
$$= -\left[\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-2\cdot 1\right)-\left(\frac{(-1)^3}{3}+\frac{(-1)^2}{2}-2\cdot(-1)\right)\right]+\left[\left(\frac{4^3}{3}+\frac{4^2}{2}-2\cdot 4\right)-\left(\frac{1^3}{3}+\frac{1^2}{3}-2\cdot 1\right)\right]$$

$$= -\left[-\frac{7}{6}-\frac{13}{6}\right]+\left[\frac{64}{3}-\left(-\frac{7}{6}\right)\right] =$$

$$= -\underbrace{\left[-\frac{20}{6}\right]}+\left(\frac{135}{6}\right) = \boxed{\frac{155}{6}\,u^2}$$

Azalera azpitik
dagoanez ⊖ da, harregatik aurrean "–" ipinten da
Beste modu batera itzango zan BALIO ABSOLUTUAREKIN

7 Kalkulatu $y = 3x^2 - x + 1$ kurbaren, X ardatzaren eta $x = 0$ eta $x = 4$ zuzenen artean dagoen esparruaren azalera.



1.) Ebaketa puntuak OX ardatzarekin: $\boxed{f(x)=0}$

$y=0$

$0=3x^2-x+1$

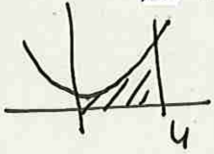
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2-4\cdot 3\cdot 1}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{-11}}{2}$$

Ez du OX ardatza ebakitzen

Irudikapen grafikoa

Erpina $x = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{6} \rightarrow y = 1 \quad E\left(\frac{1}{6}, \frac{11}{12}\right)$

Ahurra dauka $\longrightarrow$

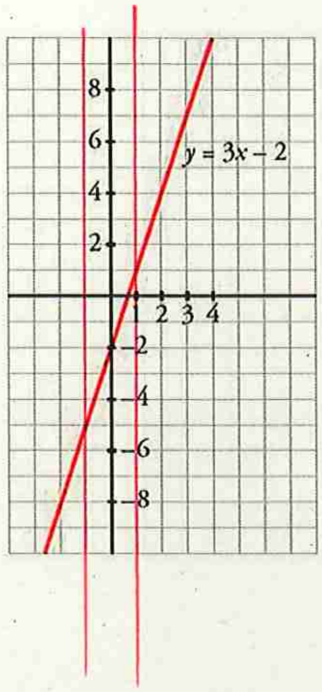


2.) Kalkulatu behar dau azalera OX ardatzaren goinetik dago beraz. (+)

3.) Azalera eta BARROW aplikatuz

$$A = \int_0^4 (3x^2-x+1)\,dx = \left[\frac{\cancel{3}x^3}{\cancel{3}} - \frac{x^2}{2} + x\right]_0^4 = 4^3 - \frac{4^2}{2} + 4 = \underline{\underline{60\ u^2}}$$

8 Kalkulatu $y = 3x - 2$ kurbaren azpian $x = -1$ eta $x = 1$ zuzenen artean dagoen azalera.



1.) Ebaketa puntuak $f(x)=0$

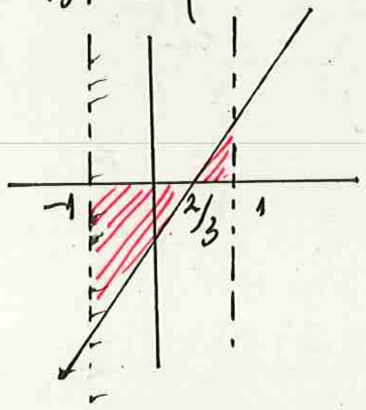
$$3x-2=0$$

$$x=2/3.$$

* Zuzena irudikatzeko

x	y
0	−2
2	4
2/3	0

2) Bi esparru daude −1 eta 2/3-ren artekoa (−)
eta 2/3 eta 1-ren artekoa (+)



3) Azalera

$$A = -\int_{-1}^{2/3} (3x-2)\,dx + \int_{2/3}^{1} (3x-2)\,dx =$$

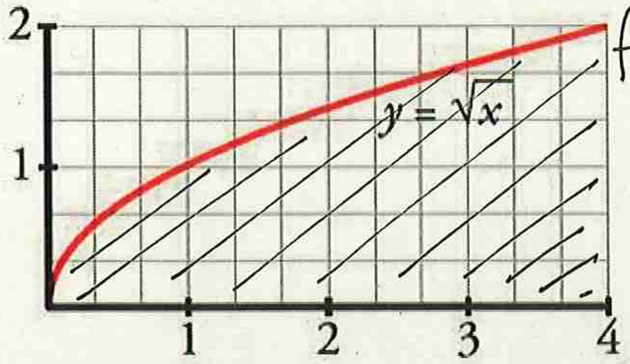
$$= -\left[\frac{3x^2}{2} - 2x\right]_{-1}^{2/3} + \left[\frac{3x^2}{2} - 2x\right]_{2/3}^{1} =$$

$$= -\left[\left(\frac{3\cdot(2/3)^2}{2} - 2\cdot\frac{2}{3}\right) - \left(\frac{3(-1)^2}{2} - 2(-1)\right)\right] + \left[\left(\frac{3\cdot1^2}{2} - 2\cdot1\right) - \left(\frac{3(2/3)^2}{2} - 2\cdot\frac{2}{3}\right)\right]$$

$$= -\left[\left(\frac{4}{6} - \frac{4}{3}\right) - \left(\frac{3}{2} + 2\right)\right] + \left[\left(\frac{3}{2} - 2\right) - \left(\frac{4}{6} - \frac{4}{3}\right)\right] =$$

$$= -\left[\left(-\frac{2}{3} - \frac{7}{2}\right)\right] + \left[\left(\frac{-1}{2}\right) - \left(\frac{-2}{3}\right)\right] = \frac{4}{3} + \frac{7}{2} - \frac{1}{2} = \boxed{\frac{13}{3}\,u^2}.$$

9 Aurkitu $y = \sqrt{x}$ kurbaren azpian $x = 0$ eta $x = 4$ artean dagoen azalera.



1.) Ebaketa puntuak ardatzekin

$f(x)=0 \longrightarrow \sqrt{x} = 0 \quad \boxed{x = 0}$

Erabiliu funtzioa irudikatzeko puntu batzuk hartu dira

x	0	1	4
y	0	1	2

. . .

2.) Aurkitutako esparrua OX ardatzaren gainetik dagoenez ⊕ da. Integrala.

3.) Azalera

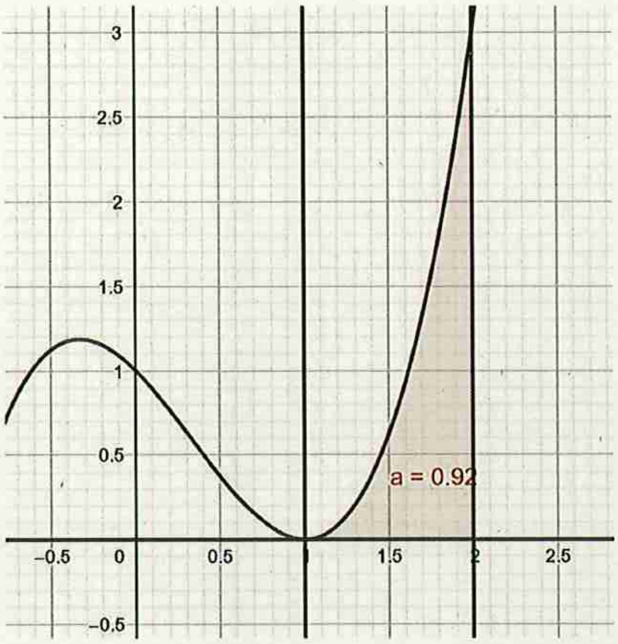
$$A = \int_0^4 \sqrt{x}\, dx = \int_0^4 x^{1/2}\, dx = \left.\frac{x^{1/2+1}}{1/2+1}\right]_0^4 =$$

$$= \left.\frac{x^{3/2}}{3/2}\right]_0^4 = \left.\frac{2}{3} x^{3/2}\right]_0^4 = G(4) - G(0).$$

↑
BARROW

$$= \frac{2}{3}\left(\sqrt{4^3} - \sqrt{0^3}\right) = \boxed{\frac{16}{3}\, u^2}$$

10 Kalkulatu $y = (x-1)^2(x+1)$ kurbak eta $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ zuzenek zehazten duten esparruaren azalera.



1.) EBAKETA PUNTUAK OX ARDATZEKIN

$f(x) = 0$

$0 = (x-1)^2(x+1)$

$x_1 = 1$ Bikoitza (ukitze puntua).

$x_2 = -1$

2.) Positiboa (goitik edo azpitik?

$f(x)$: $-$ | -1 | $+$ | 1 | $+$ | 2

AZPITIK -1 GAINETIK 1 GAINETIK 2

3.) Esparru bakarra dago eta OX ardatzaren gainetik → (+)

$$A = \int_1^2 (x-1)^2(x+1)\,dx = \int_1^2 (x^3 - x^2 - x + 1)\,dx =$$

$$= \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x\right]_1^2 = \left(\frac{2^4}{4} - \frac{2^3}{3} - \frac{2^2}{2} + 2\right) - \left(\frac{1^4}{4} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 1\right)$$

$$= 4 - \frac{8}{3} - \cancel{2} + \cancel{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 1 = 3 - \frac{7}{3} + \frac{1}{4} = \boxed{\frac{11}{12}\,u^2}$$

11 Kalkulatu honako kurba honek:

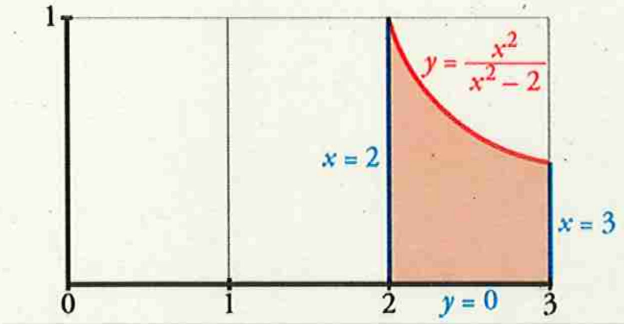
$$y = \frac{x}{x^2 - 2}$$

eta $x = 2$, $x = 3$, $y = 0$ zuzenek zehazturiko esparruaren azalera.

1.) Ebaketa puntuak ardatzekin:

$f(x) = 0$

$0 = \frac{x}{x^2-2} \longrightarrow x = 0$



2) $x=0$ kalkulatu behar dan tartearen kanpoaldean dago. Beraz aztertu behar dugu zein noleko ikusi izango dugun kurba tarte horretan.

Funtzioaren definizio eremua $Dom f = \mathbb{R} - \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$, beraz jarraia da $[2, 3]$ tartean.

⊕ 2 GAINETIK 3 $\qquad f(2,5) = ⊕$

Kurba gainetik dago, beraz $\int_2^3 f(x)\,dx > 0$.

3) Azalera

$$A = \frac{1}{2}\int_2^3 \frac{2x}{x^2-2}\,dx = \left[\frac{1}{2}\ln|x^2-2|\right]_2^3 = \frac{1}{2}\left[\ln|x^2-2|\right]_2^3 =$$

$$= \frac{1}{2}(\ln 7 - \ln 2) = \boxed{\frac{1}{2}\ln\frac{7}{2}\ u^2}$$